Binomialverteilung

Spickzettel Aufgaben Lösungen PLUS

Bei der **Binomialverteilung** wird eine Serie von Zufallsexperimenten betrachtet, bei der die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

- Die einzelnen Zufallsexperimente sind unabhängig voneinander
- In den einzelnen Zufallsexperimenten gibt es nur zwei mögliche Ergebnisse: Erfolg und Misserfolg
- Die Wahrscheinlichkeit für einen Erfolg ist in jedem einzelnen Zufallsexperiment gleich

Eine binomialverteilte Zufallsvariable beschreibt dann die Anzahl der Erfolge in dieser Serie.

Einzelwahrscheinlichkeit

Ist die Zufallsvariable X binomialverteilt und p die Wahrscheinlichkeit, in einem einzelnen Versuch einen Erfolg zu erzielen, dann gilt für die Wahrscheinlichkeit, in n Versuchen **genau k Erfolge** zu erzielen:

$$B_{n,p}(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Kumulierte Wahrscheinlichkeiten

$P(X \leq k)$ bezeichnet die Wahrscheinlichkeit für **höchstens k Erfolge** in n Versuchen:

$$P(X \leq k) = \sum_{i=0}^{k} B_{n,p}(i) = B_{n,p}(0) + B_{n,p}(1) + \ldots + B_{n,p}(k)$$

Dabei gelten folgende **Rechenregeln**:

$$P(X \geq k) = 1 - P(X \leq k-1)$$

und

$$P(a \leq X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a-1)$$

Hast du einen GTR oder CAS, findest du einen entsprechenden Befehl im Stochastik-Menü. Im wissenschaftlichen Taschenrechner kannst du je nach Modell auch Summenformeln eingeben.

Beispiel

Ein gleichmäßiger sechsseitiger Würfel wird fünfmal geworfen, wobei wir eine 6 als Erfolg betrachten.

Sei X nun die Zufallsvariable, die die Anzahl der Gewinne im angegebenen Versuch beschreibt. Dann ist X binomialverteilt mit $n=5$ und $p=\frac{1}{6}$. Die Wahrscheinlichkeit für genau zwei Erfolge ergibt sich wie folgt:

$$B_{5,\frac{1}{6}}(2) = \binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0,1608 = 16,08\,\%$$